LINGUAGGIO MATEMATICO DI BASE, MODELLIZZAZIONE E RAGIONAMENTO

1. Per tutti i valori di p e q diversi da zero, l'espressione

$$p^{-1}q^{-1}(q+2p)$$

è equivalente a

A $\frac{1}{p}+\frac{2}{q}$

B $\frac{1}{p}+2$

C $\frac{q}{p}+\frac{2p}{q}$

D $\frac{q}{p}+\frac{2}{q}$

2. L'indice di massa corporea BMI (Body Mass Index) di un individuo è il rapporto fra il peso, espresso in kg, e il quadrato dell'altezza, espressa in metri. Io peso 80 kg e ho un BMI uguale a 30. Inoltre so che se dimagrissi di N kg, allora il mio BMI si ridurrebbe a 24. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

A $13 < N \leq 15$

B $15 < N \leq 17$

C $17 < N \leq 19$

D $19 < N \leq 21$

3. Sia f la funzione definita da $f(x) = x^3 + 8$. Per quale x si ha che $f(x)$ è il doppio del valore della funzione in $x = 0$?

A 16

B 0

C 2

D -2

4. Un club esclusivo di appassionati di automobili d'epoca può avere per statuto al più 11 membri. Inoltre ogni membro deve avere un numero dispari di tali automobili, non superiore a 31, e due membri non possono avere lo stesso numero di auto. Qual è il massimo numero di automobili che possono avere complessivamente i membri del club?

A 211

B 231

C 201

D 251

5. Il numero

$$\left(\sqrt{3}\right)^{10}$$

è uguale a

A $\sqrt{3^5}$

B 3^5

C $\sqrt[20]{3}$

D $\sqrt[10]{3}$

6. Si indichi l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x| < 2x + 3.$$

A $x > -1$

B $x > 0$

C $x < -1$

D $-1 < x < 0$

7. Si dice che dei numeri a_1, a_2, a_3 sono in progressione geometrica se c'è un numero k tale che $a_3 = ka_2$ e $a_2 = ka_1$. Fra le seguenti terne di numeri ce n'è una ed una sola formata da numeri in progressione geometrica.

$$\clubsuit: \ \frac{1}{4}, \ \frac{1}{3}, \ \frac{4}{15} \qquad\qquad \diamondsuit: \ \frac{1}{2}, \ \frac{3}{4}, \ \frac{9}{16}$$

$$\heartsuit: \ \frac{1}{3}, \ \frac{1}{5}, \ \frac{3}{25} \qquad\qquad \spadesuit: \ \frac{1}{5}, \ \frac{2}{15}, \ \frac{3}{20}$$

Quale?

A La terna $\clubsuit$

B La terna $\diamondsuit$

C La terna $\heartsuit$

D La terna $\spadesuit$

8. La dose consigliata di un certo medicinale è di 30 gocce al giorno, che corrispondono a 3 milligrammi di principio attivo. Sapendo che la concentrazione del principio attivo è di 2,5 milligrammi per millilitro, qual è il volume di una goccia?

A $0,04$ millilitri

B $0,06$ millilitri

C $0,12$ millilitri

D $0,25$ millilitri

9. Si considerino tutti gli anagrammi della parola 'FUNGHI', ovvero tutte le parole che si ottengono permutando le sei lettere. Tra esse, quante sono le parole che non cominciano per 'F'?

A 360

B 600

C 720

D 120

10. L'allenatore di una squadra di calcio ha sintetizzato nella tabella che segue i risultati della propria squadra nell'ultima stagione. In ogni riga, a destra è riportato in quante partite è stato segnato il numero di gol indicato a sinistra.

Numero gol	**Numero partite**
0	8
1	11
2	15
3	1
4	1

Sia M il numero medio di gol segnati in una partita. Allora vale:

A $1,1 < M < 1,2$

B $1,2 < M < 1,3$

C $1,3 < M < 1,4$

D $1,4 < M < 1,5$

11. Se il punto $P(c,3)$ appartiene al grafico della funzione $f(x) = 2^x$, allora c è uguale a

A $\frac{3}{2}$

B $\log_2 3$

C 2^{-3}

D Nessuno degli altri valori

12. È dato il polinomio

$$P(a) = a^3 - a^2 - 3a + 1.$$

Allora $P(\sqrt{2})$ è uguale a:

A $-1+\sqrt{2}$

B $3-\sqrt{2}$

C $-1-\sqrt{2}$

D $3+\sqrt{2}$

13. Si risolva il sistema

$$\begin{cases} x-2y &= 0 \\ 2x+z &= 4 \\ y+z &= 1 \end{cases}$$

Se $(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$ è la soluzione del sistema, allora $\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$ è uguale a:

A 4

B 3

C 1

D 2

14. Sia c la soluzione dell'equazione

$$\log_2(x+1) = -2.$$

Allora

A $-\frac{3}{2} < c < -1$

B $-1 < c < -\frac{1}{2}$

C $-\frac{1}{2} < c < 0$

D $0 < c < \frac{1}{2}$

15. Un solido S è costituito da due cubi sovrapposti, in modo che due facce dei cubi coincidano. Se lo spigolo di ciascun cubo misura 1, qual è la massima lunghezza possibile di un segmento che unisce due punti di S?

A $2\sqrt{2}$

B $2\sqrt{3}$

C $\sqrt{5}$

D $\sqrt{6}$

16. Quanto vale il prodotto dei due numeri $1,7 \cdot 10^6$ e $1,3 \cdot 10^{-7}$?

A 0,221

B 22,1

C 2,21

D 0,0221

17. Sommando i quadrati di due numeri a e b si ottiene 58. Si sa inoltre che $ab = -21$. Allora $(a-b)^2$ è uguale a:

A 16

B 79

C 100

D 36

18. Se non è vero che tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco, allora quale tra le seguenti affermazioni è vera?

A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero

B Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 che non hanno i capelli neri sono calvi

C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi

D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

19. Una sola delle funzioni indicate sotto soddisfa, per ogni x reale, la condizione $f(x) < 3$. Quale?

A $f(x) = 2^x - 3$

B $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$

C $f(x) = 3 - 2^x$

D $f(x) = 2^{x-3}$

20. In un triangolo prendo i punti medi dei lati e considero un secondo triangolo che ha questi punti come vertici. Il rapporto fra l'area del secondo triangolo e l'area del triangolo iniziale

A è $\frac{1}{3}$

B è $\frac{1}{4}$

C è $\frac{1}{2}$

D dipende dal triangolo che si considera

21. Dato un rettangolo, si aumenta la sua base del 40% e si diminuisce l'altezza del 50%. Allora di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo iniziale?

A del 25%

B del 30%

C del 35%

D del 40%

22. La retta di equazione $y = 2 - 3x$ incontra gli assi cartesiani in due punti A e B. Quanto misura il segmento AB ?

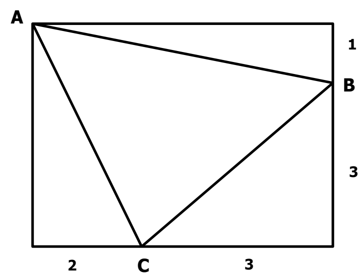
A $\frac{2}{3}\sqrt{10}$

B $2\sqrt{\frac{2}{3}}$

C $\frac{1}{2}\sqrt{5}$

D $\frac{1}{3}\sqrt{17}$

23. In figura è rappresentato un triangolo ABC i cui vertici sono sui lati di un rettangolo. In riferimento alle misure indicate nella figura, qual è l'area del triangolo ABC ?



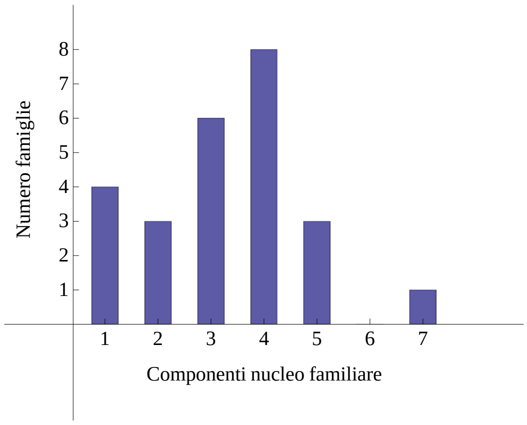
A 8

B $8,5$

C 9

D $9,5$

24. In un'intervista è stato chiesto a 25 adulti di indicare il numero di componenti del proprio nucleo familiare. I dati raccolti sono rappresentati nell'istogramma in figura.



Qual è la percentuale di famiglie composte da almeno quattro persone?

A 64%

B 52%

C 48%

D 32%

25. Qual è il valore della seguente espressione?

$$\frac{-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{-3+\frac{3}{4}}$$

A $-\frac{1}{6}$

B $\frac{5}{9}$

C $\frac{45}{16}$

D $-\frac{1}{9}$

MATEMATICA E PROBLEMI

1. In un grande acquario vivono tre specie di pesci: A, B e C. Nell'ultimo anno il rapporto fra il numero di pesci di specie A e il numero di pesci di specie B è aumentato del 50%. Inoltre il rapporto fra il numero di pesci di specie B e il numero di pesci di specie C è aumentato del 20%. Di quanto è aumentato il rapporto fra il numero di pesci di specie A e il numero di pesci di specie C?

A 35%

B 70%

C 80%

D 100%

2. Il polinomio $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ si annulla in -4, -2, 1 e 2. Allora il termine noto d è uguale a:

A 16

B -16

C 4

D -4

3. In un piano cartesiano si consideri il triangolo di vertici $O(0,0)$, $A(0,2)$, $B(2,0)$. Ricordiamo che il *baricentro* di un triangolo è il punto in cui si incontrano le *mediane* del triangolo. Qual è la distanza tra il baricentro del triangolo OAB e l'origine O?

A $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

B $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

C $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. In un triangolo di vertici ABC l'angolo in B è di $74°$. Sappiamo inoltre che la lunghezza del lato AB è u, la lunghezza del lato BC è v, la lunghezza del lato CA è w. Quale delle seguenti relazioni si può dedurre da ciò che sappiamo?

A $u^2+v^2<w^2$

B $u^2+v^2>w^2$

C $u+v>w^2$

D $u+v<w$

5. Della funzione $f(t)=ca^{-(t-t_0)}$ sappiamo che:

$$f(t_0)=1 \qquad f(t_0+2)=16.$$

Possiamo quindi calcolare il valore di a e c. Quanto vale il rapporto $\frac{a}{c}$?

A $\frac{1}{2}$

B 2

C $\frac{1}{4}$

D 4

6. Aldo, Bruno, Carlo e Dario fanno una gara di corsa fra loro, al termine della quale rilasciano le seguenti dichiarazioni.
Aldo: "Non sono arrivato né primo, né ultimo."
Bruno: "Non sono arrivato ultimo."
Carlo: "Sono arrivato primo."
Dario: "Sono arrivato ultimo."
Sapendo che uno e uno soltanto dei quattro ha mentito, chi ha vinto la gara?

A Aldo

B Bruno

C Carlo

D Dario

7. Mario lancia quattro volte una moneta non truccata. Qual è la probabilità che esca testa in almeno tre lanci?

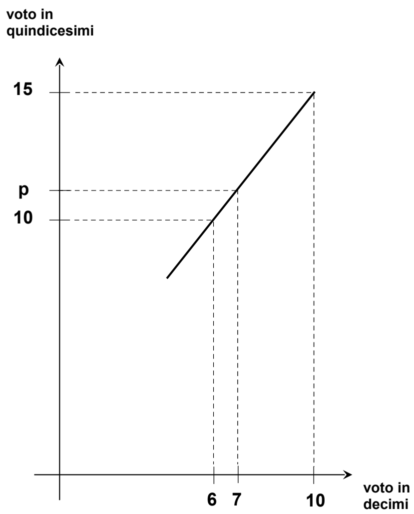
A $\frac{5}{16}$

B $\frac{1}{8}$

C $\frac{1}{4}$

D $\frac{9}{16}$

8. In una prova uno studente ha ottenuto il voto 7 decimi. Si vuole esprimere questa valutazione in quindicesimi, utilizzando il criterio suggerito dalla figura.



Se p è il voto in quindicesimi che corrisponde a 7 decimi, allora:

A $11 < p < 11,1$

B $11,1 < p < 11,2$

C $11,2 < p < 11,3$

D $11,3 < p < 11,4$

9. Si consideri la funzione $f(x) = \sin(\omega x)$, dove ω è una costante positiva. Se $f(a) = 0$ e $f(b) = 1$, qual è la minima distanza possibile tra a e b?

A $\dfrac{\pi}{2\omega}$

B $\dfrac{\pi}{\omega}$

C $\dfrac{2\pi}{\omega}$

D $\dfrac{\pi}{4\omega}$

10. Costruiamo due successioni

$$x_1, \quad x_2, \quad x_3, \quad \dots$$

$$y_1, \quad y_2, \quad y_3, \quad \dots$$

nel modo seguente:

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 1$$

e, per ogni $n \geq 1$,

$$x_{n+1} = x_n + y_n$$

$$y_{n+1} = x_n \cdot y_n.$$

Si calcoli y_5.

A 6

B 11

C 17

D 30